

# MATURITNÍ OTÁZKY Z MATEMATIKY PRO ŠKOLNÍ ROK 2010/2011

## 1. Výroková logika a teorie množin

Výrok, pravdivostní hodnota výroku, negace výroku; složené výroky (konjunkce, disjunkce, implikace, ekvivalence); logické spojky, kvantifikátory. Negace složených výroků, obměněná a obrácená implikace.

Základní typy důkazů v matematice — důkaz přímý, nepřímý, sporem, důkaz matematickou indukcí.

Základní množinové pojmy a vztahy, operace s množinami. Intervaly a operace s nimi.

## 2. Číselné obory

Přirozená čísla — zápisy těchto čísel, kritéria dělitelnosti, prvočísla a čísla složená, nejmenší společný násobek, největší společný dělitel. Důkazové úlohy o dělitelnosti.

Čísla přirozená, celá, racionální, iracionální a reálná — jejich charakteristika, vlastnosti a základní operace s nimi.

Racionální čísla — způsoby vyjádření racionálních čísel. Usměrnění zlomků.

Absolutní hodnota reálného čísla a její geometrický význam.

Mocniny s racionálním exponentem v oboru reálných čísel — definice, operace s nimi. Definice  $n$ -té odmocniny ( $n \in \mathbb{N}$ ). Operace s odmocninami. Částečné odmocňování.

## 3. Algebraické výrazy, polynomy

Konstanta, proměnná. Algebraický výraz, jeho definiční obor. Hodnota algebraického výrazu. Úprava algebraických výrazů. Lomené výrazy a jejich úprava. Složený zlomek a jeho zjednodušení. Výrazy s absolutními hodnotami. Výrazy s mocninami a odmocninami.

## 4. Algebraické rovnice

Pojem algebraické rovnice, kořen rovnice, vlastnosti kořenů, řešení rovnice, zkouška rovnice. Ekvivalentní a důsledkové úpravy rovnice. Grafické řešení rovnic.

Lineární a kvadratické rovnice — definice, řešení. Rovnice s absolutními hodnotami. Rovnice s neznámou pod odmocninou. Rovnice s parametry. Slovní úlohy.

Počet řešení kvadratické rovnice. Vztahy mezi kořeny a koeficienty kvadratické rovnice.

Vyjádření neznámé ze vzorce.

Rovnice vyšších stupňů — jejich řešitelnost. Bikvadratické rovnice. Řešení některých rovnic vhodnou substitucí.

## 5. Algebraické nerovnice

Řešení nerovnice, kořen nerovnice, zkouška nerovnice. Ekvivalentní úpravy nerovnice.

Lineární a kvadratické nerovnice. Nerovnice s neznámou v absolutní hodnotě. Nerovnice v součinném a podílovém tvaru. Nerovnice s parametry.

Grafické řešení lineárních a kvadratických nerovnic.

## 6. Soustavy (algebraických) rovnic a nerovnic

Pojem řešení soustavy  $k$  rovnic o  $n$  neznámých. Metody řešení soustav.

Soustavy  $n$  lineárních rovnic o  $n$  neznámých. Gaussova metoda řešení soustav lineárních rovnic. Soustavy  $k$  lineárních rovnic o  $n$  neznámých ( $k \neq n$ ). Geometrický význam řešení soustav lin. rovnic. Soustavy lineárních nerovnic o jedné neznámé.

Soustavy lineárních a kvadratických rovnic. Geometrický význam řešení těchto soustav.

Soustavy lineárních a kvadratických nerovnic o jedné neznámé. Soustavy kvadratických nerovnic o jedné neznámé.

Soustavy rovnic a nerovnic s absolutními hodnotami a s parametry. Řešení soustav rovnic substitucí.

Grafické řešení soustav rovnic a nerovnic.

## 7. Základní vlastnosti funkcí

Definice zobrazení, definice funkce. Definiční obor funkce a obor hodnot funkce. Pojmy: předpis, argument funkce, funkční hodnota. Rovnost funkcí.

Základní vlastnosti funkce — funkce prostá, monotónnost funkce, parita funkce, funkce omezená, extrémy funkce, funkce periodická (definice jednotlivých vlastností; příklady funkcí, které tyto vlastnosti mají, resp. nemají).

Graf funkce — ze znalosti grafu funkce  $y = f(x)$  sestrojíte grafy funkcí:  $y = f(x + n)$ ,  $y = f(x) + n$ ,  $y = f(-x)$ ,  $y = -f(x)$ ,  $y = |f(x)|$ ,  $y = a \cdot f(bx + c) + d$  ( $a, b, c, d, n \in \mathbb{R}$ ).

Inverzní funkce k funkci  $f$  — definice, existence inverzní funkce, vlastnosti funkcí  $f$  a  $f^{-1}$ , grafy funkcí  $f$  a  $f^{-1}$ .

## 8. Polynomické funkce

Funkce konstantní, lineární, kvadratická — jejich definice, vlastnosti, grafy. Užití lineárních a kvadratických funkcí při řešení rovnic a nerovnic. Lineární a kvadratické funkce s absolutní hodnotou.

Mocnná funkce s přirozeným exponentem — definice, vlastnosti, grafy. Mocnná funkce s absolutní hodnotou.

## 9. Racionální lomené funkce

Definice racionální lomené funkce, její definiční obor.

Nepřímá úměrnost, lineární lomená funkce — definice, vlastnosti, grafy. Lineární lomená funkce s absolutní hodnotou.

Mocnná funkce s celým záporným exponentem — definice, vlastnosti, grafy. Mocnná funkce s absolutní hodnotou.

## 10. Exponenciální funkce, rovnice a nerovnice

Definice exponenciální funkce, definiční obor, obor hodnot, graf a základní vlastnosti exponenciální funkce.

Eulerovo číslo, funkce  $y = e^x$ .

Inverzní funkce k funkci exponenciální. Exponenciální rovnice. Jednoduché exponenciální nerovnice.

## 11. Logaritmická funkce, rovnice a nerovnice

Definice logaritmické funkce, definiční obor, obor hodnot, graf a základní vlastnosti logaritmické funkce. Inverzní funkce k funkci logaritmické.

Logaritmus, věty o logaritmech, přirozený a dekadický logaritmus.

Logaritmické rovnice. Jednoduché logaritmické nerovnice.

## 12. Goniometrické funkce, rovnice a nerovnice

Orientovaný úhel a jeho velikost (v míře obloukové a stupňové).

Hodnoty goniometrických funkcí základních úhlů ( $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi, 2\pi$ )

Definice goniometrických funkcí obecného úhlu. Funkce sinus a kosinus, tangens a kotangens — jejich definice, definiční obory a obory funkčních hodnot, základní vlastnosti, grafy.

Základní vztahy mezi hodnotami goniometrických funkcí. Součtové vzorce, vzorce pro dvojnásobný a poloviční argument. Úpravy goniometrických výrazů.

Goniometrické rovnice — základní typy, rovnice vedoucí na kvadratickou rovnici a postupné vytýkání, homogenní rovnice, rovnice typu  $a \cdot \sin x + b \cdot \cos x = c$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ), převod na součin, užití vzorců. Jednoduché goniometrické nerovnice.

### 13. Užití goniometrických funkcí — trigonometrie

Goniometrické funkce ostrého úhlu — jejich definice v pravoúhlém trojúhelníku. Hodnoty goniometrických funkcí základních (ostrých) úhlů ( $\frac{\pi}{6}$ ,  $\frac{\pi}{4}$ ,  $\frac{\pi}{3}$ ) a jejich odvození.

Sinová věta. Kosinová věta.

Řešení trojúhelníků a čtyřúhelníků užitím trigonometrie

Užití trigonometrie v praktických úlohách.

Vzorce pro obsah trojúhelníků ( $S = \frac{1}{2}a \cdot v_a$ ,  $S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$ , Heronův vzorec,  $S = \rho \cdot s$ ,  $S = \frac{a \cdot b \cdot c}{4r}$ )

### 14. Základy planimetrie

Základní planimetrické pojmy a vztahy mezi nimi: přímka a její části; polorovina, úhel, dvojice úhlů; dvě přímky, rovnoběžnost a kolmost přímek; trojúhelník, shodnost a podobnost trojúhelníků; mnohoúhelníky; čtyřúhelníky; kružnice; kruh.

Úhly v kružnici (obvodový a středový úhel). Thaletova věta.

Obvody a obsahy rovinných obrazců. Euklidovy věty, věta Pythagorova. Konstrukce na základě výpočtu.

### 15. Geometrická zobrazení v rovině

Základní konstrukční úlohy: množiny bodů dané vlastnosti; jednoduché geometrické konstrukce; konstrukce trojúhelníků, čtyřúhelníků, kružnic.

Pojem zobrazení a zobrazení v rovině. Pojem shodného a podobného zobrazení.

Shodné zobrazení: středová, osová souměrnost, posunutí, otočení.

Stejnolehlost. Stejnolehlost kružnic. Užití stejnolehlosti.

### 16. Polohové úlohy v prostoru

Základní vztahy mezi body, přímkami a rovinami. Vzájemná poloha dvou přímek. Vzájemná poloha přímky a roviny. Vzájemná poloha dvou rovin. Rovnoběžnost přímek a rovin. Vzájemná poloha tří rovin. Řez tělesa rovinou.

### 17. Metrické úlohy v prostoru

Odchylka přímek. Kolmost přímek a rovin. Odchylky přímek a rovin. Vzdálenost bodu od přímky a od roviny. Vzdálenosti přímek a rovin.

Objemy a povrchy těles.

### 18. Komplexní čísla

Definice komplexního čísla, jeho geometrický význam. Množina všech komplexních čísel, její vztah k ostatním číselným množinám a její geometrický význam. Imaginární jednotka.

Algebraický a goniometrický tvar komplexního čísla, vzájemné převody. Základní operace s komplexními čísly (sčítání, odčítání, násobení, dělení). Moivreova věta. Absolutní hodnota komplexních čísel a její geometrický význam. Komplexní čísla jako vektory v Gaussově rovině.

Řešení kvadratické rovnice s reálnými koeficienty v  $\mathbb{C}$ . Binomické rovnice. Kvadratické rovnice s komplexními koeficienty.

### 19. Vektorová algebra

Souřadnice bodů na přímce, v rovině, v prostoru. (Kartézská) soustava souřadnic v rovině, v prostoru. Vzdálenost bodů, souřadnice středu úsečky

Orientovaná úsečka. Vektor a jeho souřadnice. Sčítání a odčítání vektorů (geometricky, analyticky). Násobení vektoru reálným číslem. Skalární součin vektorů. Kolmost vektorů, odchylka vektorů.

Lineární kombinace vektorů. Lineární závislost a nezávislost vektorů. Vzájemná poloha lineárně závislých (nezávislých) vektorů. Báze roviny a prostoru.

Pravotočivá a levotočivá báze prostoru. Vektorový součin a jeho vlastnosti. Užití vektorového součinu. Smíšený součin a jeho vlastnosti. Užití smíšeného součinu.

## 20. Analytická geometrie v rovině

Parametrické vyjádření přímky. Obecná rovnice přímky. Vyjádření úsečky, polopřímky, poloroviny. Směrníkový tvar rovnice přímky. Směrový úhel přímky, směrnice a jejich geometrický význam. Úsekový tvar rovnice přímky.

Vzájemná poloha přímek v rovině. Úhel dvou přímek. Vzdálenost bodu od přímky. Vzdálenost dvou rovnoběžných přímek. Řešení úloh v rovině.

## 21. Analytická geometrie v prostoru

Parametrické vyjádření přímky. Parametrické vyjádření roviny. Obecná rovnice roviny.

Různé způsoby zadání přímky a roviny v prostoru (přímka jako průsečnice dvou rovin; rovina dána přímkou a bodem, který na ní neleží apod.)

Polohové úlohy — vzájemná poloha přímek a rovin, průsečík přímek, průsečnice rovin.

Metrické úlohy — vzdálenost bodu od přímky, vzdálenost bodu od roviny, odchylka dvou přímek, odchylka dvou rovin, odchylka přímky a roviny.

## 22. Kuželosečky v analytické geometrii

Kružnice — definice, středová a obecná rovnice. Vzájemná poloha přímky a kružnice. Tečna kružnice.

Elipsa — definice, středová a obecná rovnice. Polohy elipsy. Vzájemná poloha přímky a elipsy. Tečna elipsy.

Hyperbola — definice, středová a obecná rovnice. Asymptoty hyperboly. Polohy hyperboly. Vzájemná poloha přímky a hyperboly. Tečna hyperboly.

Parabola — definice, vrcholová a obecná rovnice. Polohy paraboly. Vzájemná poloha přímky a paraboly. Tečna paraboly.

## 23. Posloupnosti a řady

Pojem posloupnosti a možnosti její určení (vzorcem pro  $n$ -tý člen, rekurentně). Vlastnosti posloupností (omezenost, monotónnost apod.).

Aritmetická a geometrická posloupnost — definice, vlastnosti. Základní vztahy pro aritmetickou a geometrickou posloupnost.

Užití aritmetických a geometrických posloupností při řešení úloh. Užití geometrických posloupností v situacích, kdy dochází k pravidelnému růstu či poklesu veličin, včetně úloh na složené úrokování.

Limita posloupnosti — definice, geometrická interpretace, příklady. Konvergentní a divergentní posloupnosti — definice, příklady. Základní věty o limitách posloupností. Výpočet limit jednotlivých posloupností.

Nekonečná geometrická řada, součet nekonečné geometrické řady. Podmínka konvergence nekonečné geometrické řady. Užití nekonečné geometrické řady při řešení úloh.

## 24. Kombinatorika

Faktoriál. Kombinační číslo. Pascalův trojúhelník. Binomická věta.

Základní kombinatorická pravidla (pravidlo součtu, pravidlo součinu). Variace, kombinace bez opakování. Permutace. Variace, kombinace s opakováním. Pořadí s opakováním.

## 25. Pravděpodobnost a statistika

Náhodný pokus. Množina možných výsledků náhodného pokusu. Jev. Klasická definice pravděpodobnosti. Pravděpodobnosti jevů. Sčítání pravděpodobností. Nezávislé jevy (násobení pravděpodobností). Binomické rozdělení (Bernoulliovo schéma).

Statistický soubor, jednotka, znak. Rozdělení četností. Charakteristiky polohy (aritmetický a geometrický průměr, modus, medián). Charakteristiky variability (rozptyl, směrodatná odchylka, variační koeficient, mezikvartilová odchylka).

## 26. Limita a spojitost funkce

Okolí bodu, přírůstek argumentu v bodě.

Limita funkce v bodě — definice, příklady. Jednostranné limity funkce v bodě, nevlastní limita funkce v bodě, limita funkce v nevlastním bodě — definice, příklady.

Věty o limitách. Výpočty limit, důležité limity.

Užití limity funkce: asymptoty grafu funkce, tečna grafu funkce.

Spojitosť funkce v bodě. Spojitosť funkce v intervalu. Základní věty o spojitosti funkcí (Weierstrassova, Bolzano–Weierstrassova) a jejich geometrické interpretace.

## 27. Derivace funkce

Definice derivace funkce v bodě a její geometrický význam. Definice derivace funkce a její geometrický význam. Souvislost mezi derivací a spojitostí funkce.

Derivace elementárních funkcí, derivace součtu, rozdílu, součinu a podílu funkcí. Derivace složené funkce.

## 28. Užití diferenciálního počtu

Vyšetřování průběhu funkce: Definiční obor funkce, limity v nevlastních bodech, limity v bodech nespojitosti. První derivace a monotónnost. Lokální extrémy. Druhá derivace a konvexnost, popř. konkávnost. Inflexní body. Asymptoty grafu funkce. Graf funkce.

Užití derivace při tvorbě rovnice tečny grafu funkce.

Slovní úlohy na extrémy funkce.

## 29. Integrální počet a jeho užití

Pojem primitivní funkce. Jednoznačnost nalezení primitivní funkce. Základní vzorce pro primitivní funkce. Integrační metody (metoda per partes, substituční metoda).

Určitý integrál — definice a jeho geometrický význam. Výpočet určitých integrálů.

Užití integrálního počtu — obsah rovinného útvaru, objem rotačního tělesa.